

## Grupparbete kring Iterationer, Övning Ti 12/4

Syftet med detta grupparbete är att det tillsammans med föregående föreläsning skall ge en introduktion till iterationer av funktioner i en variabel, så kallade en-dimensionella diskreta dynamiska system. Under detta grupparbetespas skall ni arbeta tillsammans i grupper om två eller tre personer med nedanstående uppgifter. Under arbetets gång finns övningslärarna närvarande och kan handleda er vid behov.

### Villkor för Bonuspoäng

För dem som har deltagit i grupparbetet finns möjlighet att få maximalt två A-bonus poäng till tentan. För detta krävs att gruppen skriftligen redovisar väsentligen korrekta lösningar på samtliga uppgifter vid övningens slut. Varje grupp skall lämna in en redovisning av grupparbetet. Det är viktigt att alla i gruppen deltar aktivt i arbetet. Gruppen ansvarar för att alla är delaktiga, och att alla har förstått de redovisade lösningarna. Lärarna kommer under arbetets gång att gå runt och prata med grupperna; varje gruppmedlem skall då kunna redogöra för de lösningar man ämnar lämna in.

Fullständigt namn (för- och efternamn) samt personnummer på samtliga gruppmedlemmar skall anges på de inlämnade lösningarna. Du skall kunna stärka din identitet med legitimation.

De inlämnade lösningarna kommer att rättas och bedömas i efterhand.

### Uppgifter

1. Undersök medlemmarna i den kvadratiske familjen  $Q_1(x) = 1x(1-x)$  i Figur 1 (Figur 8 i kompendiet) med grafisk iteration. Beskriv de attraktorer ni finner. Vilka startvärden har banor som konvergerar mot attraktorn?  
(0.5 p)

Extrauppgift: Ett av exemplen i Figur 1 har en attraktor som visserligen attraherar nästan alla startvärdens banor, men där det ändå finns oändligt många startvärden vars banor inte konvergerar mot attraktorn. Utveckla och förklara! (0 p, görs i mån av tid och intresse.)

2. Undersök dynamiken kring fixpunkterna i Figur 2 (Figur 9 i kompendiet). Jämför resultatet av detta experiment med Sats 1 i kompendiet, och förklara noggrant på vilket sätt detta experiment bekräftar eller strider mot Sats 1.  
(0.5 p)
3. Visa att  $\{0,1\}$  är en periodisk bana till  $f(x) = 1 - x^2$ , och avgör sedan om denna bana är attraktiv eller repulsiv. Citera de satser ni använder, och förklara utförligt hur ni resonerar. Grafisk iteration räcker inte som motivering på denna uppgift. (0.5 p)
4. En kvadratisk funktion kan ha högst en attraktiv fixpunkt. Men det finns andra funktioner som kan ha flera stabila fixpunkter. Ge exempel på en funktion som avbildar intervallet  $[0,1]$  på sig självt och som har precis två stabila fixpunkter i intervallet. Ni kan ge exemplet i form av en funktionsgraf, ni behöver inte ange en formel för funktionen, men ni måste verifiera ert påstående genom t ex grafisk iteration.  
(0.5 p)