

Tentamensskrivning 5B1202 Differentialekvationer och transformer II, del 1

Onsdagen den 7 juni 2006, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Tentamen består av 6 uppgifter som ger totalt högst 19 poäng. Tentamenspoäng och bonuspoäng adderas. Preliminära betygsgränser: för betyg 3 krävs 9 p, för betyg 4 krävs 13 p, för betyg 5 krävs 17 p och för komplettering krävs 8 p.

(1) Lös problemet

$$y' = \frac{2x}{1+x^2}(1-y), \quad y(0) = 0. \quad (3\text{p})$$

(2) Differentialekvationen

$$y'' - \frac{x}{x-1}y' + \frac{1}{x-1}y = 0$$

har en lösning $y = x$. Bestäm den allmänna lösningen. (3p)

(3) Lös problemet

$$\begin{cases} y'(t) = -\int_0^t y(t-u)e^{2u}du, & t \geq 0 \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (3\text{p})$$

(4) Bestäm den allmänna lösningen till systemet

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 9x + 2y. \end{cases}$$

Ange också karaktären av den kritiska punkten $(0, 0)$. (3p)

(5) Undersök stabilitet och asymptotisk stabilitet av punkten $(0, 0)$ för systemet

$$\begin{cases} x' = e^x - \cos(x+y) \\ y' = \arctan x - \ln(1+y). \end{cases} \quad (3\text{p})$$

(6) Lös problemet

$$(1-x^2)y'' - 4xy' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, \\ \text{i ett intervall kring } x = 0. \quad (4\text{p})$$