

**Tentamen i kurserna SF1619(5B1133) Analytiska metoder och linjär algebra II och SF1621(5B1141) Analytiska metoder och linjär algebra II, IT.
Torsdagen den 16 augusti 2012 kl 1400-1900.**

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. För den linjära operatorm T på \mathbf{R}^2 gäller att $T(\bar{e}_1) = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$ och $T(\bar{e}_2) = \bar{e}_2$ där \bar{e}_1 och \bar{e}_2 är standardbasvektorer i \mathbf{R}^2 . Bestäm avbildningens standardmatris och avgör om T är injektiv (one-to-one). (3p)
2. För vilka värden på det reella talet a bildar vektorerna $(1,2,1,0)$, $(0,1,2, a)$, $(1,0,1,0)$ och $(1,1,1,1)$ en bas i \mathbf{R}^4 ? (3p)
3. Bestäm alla egenvärden och motsvarande egenvektorer till matrisen $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Är matrisen diagonaliserbar? (4p)
4. Avgör vilken typ av kägelsnitt (conic) som beskrivs av ekvationen $7x^2 - 48xy - 7y^2 + 50x + 100y + 8 = 0$. Roter och translatera koordinatsystemet så att kurvan hamnar på huvudaxelform (standard position). Ange formlerna för de koordinatbyten som görs och kurvans ekvation i det slutliga koordinatsystemet. (4p)

Flervariabelanalys

5. Beräkna riktningsderivatan i punkten $(2,1)$ av funktionen $f(x, y) = \ln(1 + x^2 - 6xy + 8y^2)$ i den riktning som ges av vektorn $(3,4)$. Ange även det maximala värde som riktningsderivatan i denna punkt kan anta. (3p)
6. Beräkna det största och det minsta värde som funktionen $f(x, y) = x + y$ antar på kurvan $x^2 + x + y^2 + y = 4$. (3p)

VGW

7. Beräkna $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dy$. (3p)

8. Beräkna $\int_C (1 + xy)e^{xy} dx + (x^2 e^{xy} + y^3) dy$ där C är parabelbågen $y = 4 - x^2$, $y \geq 0$ från punkten $(2,0)$ till punkten $(-2,0)$. (4p)

9. Låt $f(x, y, z) = x^2 y - x \sin z - e^y$ och $\vec{F} = (yz, xz, x)$. Ange vilka av följande uttryck som har mening och beräkna dem: $\text{rotgrad} f$, $\text{gradrot}\vec{F}$, $\text{divdivrot}\vec{F}$ och $\text{divgradgrad} f$. ($\text{rot} = \text{curl}$) (4p)

10. Beräkna flödet av vektorfältet $\vec{F} = (x^2 y, y + z, x^2 - yz)$ upp genom den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ för vilken $z \geq 0$. (4p)

