KTH Matematik

Tentamen i kurserna SF1619(5B1133) Analytiska metoder och linjär algebra II och SF1621(5B1141) Analytiska metoder och linjär algebra II, IT.
Lördagen den 28 januari 2012 kl 0900-1400.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Visa att vektorerna $(1,1,2)$, $(2,1,3)$ och $(1,2,0)$ duger som bas i $\mathbf{R}^3$ och bestäm koordinatvektorn för vektorn $(2,-1,4)$ i denna bas. (3p)

2. Bestäm standardmatrisen för den linjära operator på $\mathbf{R}^2$ som sammansätts av en ortogonal projektion på $x-$axeln följd av en rotation moturs $\dfrac{\pi}{3}$ radianer följd av en spegling i linjen $y = x$. (3p)

3. Bestäm en matris P som diagonaliserar matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.

   Ange också motsvarande diagonalmatris. (4p)

4. Låt T vara en linjär operator på $\mathbf{R}^2$ och $\overline{u}$ en vektor som uppfyller att $T(\overline{u}) \neq \overline{0}$ och $T^2(\overline{u}) = \overline{0}$. Visa att $\{\overline{u}\ , T(\overline{u})\}$ duger som bas i $\mathbf{R}^2$. (4p)

Flervariabelanalys

5. Bestäm de kritiska punkterna till funktionen $f(x,y) = y^3 - x^2 + 2xy - 7y^2 + 9y$ och avgör deras karaktär. (3p)

6. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D (x + y - 2)\,dxdy$ där D är det ändliga område som begränsas av linjerna $y = x$, $y = 3x$ och $x + y = 4$. (3p)

7. Beräkna linjeintegralen $\int_C xy^2 dx + y\,dy$ där C är cirkelbågen $x^2 + y^2 = 1$ i första kvadranten från punkten $(1,0)$ till punkten $(0,1)$. (3p)

VGV

8. Låt x, y, z vara tre positiva tal vars summa är 30. För vilka värden på sådana tal blir produkten xy^2z^3 så stor som möjligt? (4p)

9. Visa att ekvationen $x + y + z = \sin(xyz)$ definierar z som en funktion $z = f(x, y)$ i en omgivning av origo så att $f(0,0) = 0$. Beräkna $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ och $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ samt bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i origo. (4p)

10. Låt $\overline{F} = (yz + e^{xz}, 2xz + e^{yz}, z)$. Beräkna flödet av vektorfältet $rot\overline{F}$ $(curl\overline{F})$ ut genom den del av cylinderytan $x^2 + y^2 = 1$ för vilken $0 \le z \le 1$. (4p)