KTH Matematik

Tentamen i kurserna SF1619(5B1133) Analytiska metoder och linjär algebra II och SF1621(5B1141) Analytiska metoder och linjär algebra II, IT.
Tisdagen den 23 augusti 2011 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$. Avgör vilka av vektorerna (4,-3,0) , (1,0,3) , (2,-3,1) och (3,4,-5) som är egenvektorer till A . Ange också motsvarande egenvärden. (3p)

2. Utför en ortogonal diagonalisering av matrisen $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$. Ange den matris som ortogonaliserar A och den diagonala matrisen. (3p)

3. Avgör om mängden $S = \{(1,4,1,3)\ ,\ (2,3,0,2)\ ,\ (-2,0,1,1)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Tillhör vektorn (1,0,2,3) $Span(S)$? (4p)

4. Låt $\bar{v}$ vara en given vektor i $\mathbf{R}^3$ och betrakta $T(\bar{u}) = \bar{u} \times \bar{v}$ för alla $\bar{u}$ i $\mathbf{R}^3$. Visa att $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ är en linjär avbildning och bestäm standardmatrisen för T om $\bar{v} = (a,b,c)$. (4p)

Flervariabelanalys

5. Låt $z = f(x, y)$ där $x = \dfrac{s}{t}$, $y = \dfrac{s}{u}$ och f är en differentierbar funktion. Visa att $s\dfrac{\partial z}{\partial s} + t\dfrac{\partial z}{\partial t} + u\dfrac{\partial z}{\partial u} = 0$. (3p)

6. Beräkna riktningsderivatan av funktionen $f(x, y) = e^{x-y}$ i origo i den riktning som ges av vektorn (1,1). Finns det någon riktning i vilken riktningsderivatan i origo antar värdet 3 ? (3p)

VGV

7. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D y\sqrt{x}\,dxdy$ där området D ges av olikheterna $x \geq 0$, $y \geq x^2$ och $y \leq 2 - x^2$. (3p)

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ i kvadraten $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$. (4p)

9. Beräkna linjeintegralen $\int_C (y^3 \cos x + y)\,dx + (x + 3y^2 \sin x)\,dy$ där C är enhets-cirkelbågen från punkten $(1,0)$ till punkten $(0,1)$ i första kvadranten. (4p)

10. Låt $\overline{F} = (xz - y^3 \cos z\,, x^3 e^z\,, xyz)$. Beräkna flödet av vektorfältet $rot\overline{F}$ $(eng.\ curl\overline{F})$ genom den del av ytan $x^2 + y^2 + 2(z-1)^2 = 6$ för vilken $z \geq 0$. Ytans normalvektor pekar så att dess $z-$komponent är positiv för $z > 1$ och negativ för $0 \leq z < 1$. (4p)