

Tentamensskrivning, 2009–08–25, kl. 14.00–19.00.

Analytiska metoder och linjär algebra 2.

Uppgifterna 1–5 svarar mot varsitt moment i den kontinuerliga examinationen. Av dessa uppgifter skall man bara lösa dem som svarar mot moment man inte blivit godkänd på under kursens gång. Bedömning här är Godkänd/Underkänd. Uppgifterna 6–10 poängsätts med maximalt 4 poäng.

Preliminära betygsgränser

A: godkänt på alla momenten 1–5 och 14–20 poäng på uppgifterna 6–10

B: godkänt på alla momenten 1–5 och 11–13 poäng på uppgifterna 6–10

C: godkänt på alla momenten 1–5 och 8–10 poäng på uppgifterna 6–10

D: godkänt på alla momenten 1–5 och 5–7 poäng på uppgifterna 6–10

E: godkänt på alla momenten 1–5 och 3–4 poäng på uppgifterna 6–10

Fx: underkänt med rätt till skriftlig komplettering

F: underkänt utan rätt till komplettering

Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga lösningar och motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Skriv program och grupp tydligt på omslaget. Lycka till!

---

1. För en linjär avbildning  $A: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  gäller att

$$A(1,1) = (3,1) \text{ och } A(6,7) = (2,1).$$

Avgör om  $A$  är inverterbar.

2. Beräkna riktningsderivatan till funktionen

$$f(x,y,z) = \frac{3x+y}{2x+y-z}$$

i punkten  $(1,2,3)$  i riktning av vektorn  $\mathbf{v} = (-1,2,2)$ .

3. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_{\mathbf{D}} \frac{\cos(x+y)}{\sin x} \, dx dy$$

då  $\mathbf{D}$  ges av  $x+y \geq 0$ ,  $y \leq 0$ ,  $1 \leq x \leq 2$ .

4. Beräkna arean av den del av ytan

$$z = x^2 + y$$

för vilken  $0 \leq y \leq \sqrt{2+4x^2}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

5. Beräkna ytintegralen

$$\iint_{\mathbf{S}} (1+x+y)z \, dS$$

då  $\mathbf{S}$  är halvsfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $z \geq 0$ .

6. Låt (4p)

$$f(x,y) = a^3 e^{x-y} - a(x-y) + xy.$$

För vilka värden på konstanten  $a$  har  $f$  ett lokalt minimivärde i punkten  $(0,0)$ ?

7. Bestäm, för de värden på konstanterna  $a$  och  $b$  för vilka fältet (4p)

$$\mathbf{F} = (y^{a+4} + (b+5)x^{b+4}y + (a+3)y^2 + 1, (a+4)xy^{a+3} + x^{b+5} + (b+4)x^2 + 2)$$

är konservativt, dess potentialfunktion.

8. Undersök om hela ytan (4p)

$$z = y - 2x + \sqrt{20 - 3x^2 - y^2}$$

ligger på samma sidan av planet  $z = x + 2y - 13$ .

9. Visa att skärningskurvan mellan ytan  $x^3 + y^3 + z^3 + y = 0$  och planet  $2x - y + z = 1$  kan lokalt parametreras medelst en parameterframställning  $\mathbf{r}(x) = (x, y(x), z(x))$ . Bestäm en ekvation för tangentlinjen till kurvan i punkten  $(1,0,-1)$ . (4p)

10.  $\mathbf{A}$  är en symmetrisk  $3 \times 3$ -matris. Ett av  $\mathbf{A}$ 's egenvärden är lika med 2. För alla vektorer  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  sådana att  $x - 2y + z = 0$  gäller att  $\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{v}$ . Bestäm  $\mathbf{A} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ . (4p)

Lycka till!