KTH Matematik

Tentamen i kurserna SF1617 och 5B1131 Matematiska metoder II för S.
Tisdagen den 23 augusti 2011 kl 1400-1900.

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på linjäralgebradelen (TenA) krävs minst 9 poäng på flervariabelanalysdelen för betyg E på hela kursen.
För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på flervariabelanalysdelen (TenB) krävs minst 6 poäng på linjäralgebradelen för betyg E på hela kursen.
För dem som sedan tidigare inte har godkänt resultat på någon del krävs minst 15 poäng för betyg E.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen. För betyg Fx på TenA resp TenB krävs 5p resp 8p.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$. Avgör vilka av vektorerna (4,-3,0) , (1,0,3) , (2,-3,1) och (3,4,-5) som är egenvektorer till A. Ange också motsvarande egenvärden. (3p)

2. Utför en ortogonal diagonalisering av matrisen $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$. Ange den matris som ortogonaliserar A och den diagonala matrisen. (3p)

3. Avgör om mängden $S = \{(1,4,1,3)\ ,\ (2,3,0,2)\ ,\ (-2,0,1,1)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Tillhör vektorn (1,0,2,3) $Span(S)$? (4p)

4. Låt $\bar{v}$ vara en given vektor i $\mathbf{R}^3$ och betrakta $T(\bar{u}) = \bar{u} \times \bar{v}$ för alla $\bar{u}$ i $\mathbf{R}^3$.
Visa att $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ är en linjär avbildning och bestäm standardmatrisen för T om $\bar{v} = (a, b, c)$. (4p)

Flervariabelanalys

5. Låt $z = f(x, y)$ där $x = \dfrac{s}{t}$, $y = \dfrac{s}{u}$ och f är en differentierbar funktion.
Visa att $s\dfrac{\partial z}{\partial s} + t\dfrac{\partial z}{\partial t} + u\dfrac{\partial z}{\partial u} = 0$. (3p)

VGV

6. Beräkna riktningsderivatan av funktionen $f(x,y)=e^{x-y}$ i origo i den riktning som ges av vektorn $(1,1)$. Finns det någon riktning i vilken riktningsderivatan i origo antar värdet 3 ? (3p)

7. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D y\sqrt{x}\,dxdy$ där området D ges av olikheterna $x \geq 0$, $y \geq x^2$ och $y \leq 2-x^2$. (3p)

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y)=x^3-3xy+y^3$ i kvadraten $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$. (4p)

9. Beräkna linjeintegralen $\int_C (y^3\cos x + y)\,dx + (x+3y^2\sin x)\,dy$ där C är enhetscirkelbågen från punkten $(1,0)$ till punkten $(0,1)$ i första kvadranten. (4p)

10. Låt $\overline{F}=(xz-y^3\cos z\,, x^3e^z\,, xyz)$. Beräkna flödet av vektorfältet $rot\overline{F}$ $(eng.\ curl\overline{F})$ genom den del av ytan $x^2+y^2+2(z-1)^2=6$ för vilken $z \geq 0$. Ytans normalvektor pekar så att dess $z-$komponent är positiv för $z>1$ och negativ för $0 \leq z < 1$. (4p)