KTH Matematik

Tentamen i kurserna SF1617 och 5B1131 Matematiska metoder II för S.
Tisdagen den 11 januari 2011 kl 0800-1300.

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på linjäralgebradelen (TenA) krävs minst 9 poäng på flervariabelanalysdelen för betyg E på hela kursen.
För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på flervariabelanalysdelen (TenB) krävs minst 6 poäng på linjäralgebradelen för betyg E på hela kursen.
För dem som sedan tidigare inte har godkänt resultat på någon del krävs minst 15 poäng för betyg E.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen. För betyg Fx på TenA resp TenB krävs 5p resp 8p.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. För den linjära avbildningen T gäller att $T(1,0)=(4,-3)$ och $T(0,1)=(6,-5)$. Kan T avbilda två olika punkter på en och samma punkt? (3p)

2. Avgör om mängden $S=\{(1,1,2),\ (1,0,3),\ (2,3,2),\ (3,5,19)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Kan vektorn $(0,1,0)$ uttryckas som en linjärkombination av vektorerna i S ? (3p)

3. Låt $A=\begin{bmatrix} 1 & 4 & a \\ 4 & 7 & a(a+1) \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ där a är ett reellt tal. För vilka värden på a är A diagonaliserbar? Finns det något värde på a sådant att A är ortogonalt diagonaliserbar? (4p)

4. Avgör vilken typ av kägelsnitt (conic) som beskrivs av ekvationen $9x^2+24xy+16y^2-10x+70y-75=0$. Rotera och translatera koordinatsystemet så att kurvan hamnar på huvudaxelform (standard position). Ange formlerna för de koordinatbyten som görs samt kurvans ekvation i det slutliga koordinatsystemet. (4p)

Flervariabelanalys

5. Bestäm det största värde riktningsderivatan av funktionen $f(x,y)=xy-5\ln(x+y^2)$ i punkten $(1,2)$ kan anta. (3p)

6. Bestäm de kritiska punkterna till funktionen $f(x,y)=x^3+6xy+3y^2-9x$ och avgör deras karaktär. (3p)

7. Beräkna $\iiint\limits_R \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdydz$ där R är det område som ges av olikheterna $x^2+y^2 \le z \le 1$. (3p)

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y)=y(x-3)$ i det område som bestäms av olikheten $x^2+y^2 \le 9$. (4p)

9. Beräkna flödet av vektorfältet $\overline{F}=(x^2y,-y^2,4z^2)$ ut genom begränsningsytan till det område som innesluts av ytorna $y^2+z^2=9$, $x=2$ och koordinatplanen. (4p)

10. Ett elektriskt laddat skal S utgörs av den del av halvsfären $x^2+y^2+z^2=1$, $y\ge 0$ som begränsas av planen $z=\frac{1}{\sqrt{2}}$ och $z=-\frac{1}{\sqrt{2}}$. Laddningstätheten ges av $q(x,y,z)=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

Beräkna skalets totala laddning som ges av $Q=\iint\limits_S q(x,y,z)\,dS$. (4p)