

**Tentamen i kurserna SF1617 och 5B1131 Matematiska metoder II för S.
Tisdagen den 25 augusti 2009 kl 1400-1900.**

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på linjäralgebradelen (TenA) krävs minst 9 poäng på flervariabelanalysdelen för betyg E på hela kursen.

För dem som sedan tidigare har godkänt resultat på flervariabelanalysdelen (TenB) krävs minst 6 poäng på linjäralgebradelen för betyg E på hela kursen.

För dem som sedan tidigare inte har godkänt resultat på någon del krävs minst 15 poäng för betyg E.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Visa att vektorerna $(1,1,2)$, $(2,1,3)$ och $(1,2,0)$ duger som bas i \mathbf{R}^3 och bestäm koordinatvektorn för vektorn $(2,-1,4)$ i denna bas. (3p)

2. Bestäm standardmatrisen för den linjära operator på \mathbf{R}^2 som sammansätts av en ortogonal projektion på x -axeln följt av en rotation moturs $\frac{\pi}{3}$ radianer följt av en spegling i linjen $y = x$. (3p)

3. Bestäm en matris P som diagonaliserar matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$.
Ange också motsvarande diagonalmatris. (4p)

4. Låt T vara en linjär operator på \mathbf{R}^2 och \bar{u} en vektor som uppfyller att $T(\bar{u}) \neq \bar{0}$ och $T^2(\bar{u}) = \bar{0}$. Visa att $\{\bar{u}, T(\bar{u})\}$ duger som bas i \mathbf{R}^2 . (4p)

Flervariabelanalys

5. Bestäm de kritiska punkterna till funktionen $f(x, y) = y^3 - x^2 + 2xy - 7y^2 + 9y$ och avgör deras karaktär. (3p)

6. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D (x + y - 2) dx dy$ där D är det ändliga område som begränsas av linjerna $y = x$, $y = 3x$ och $x + y = 4$. (3p)

7. Beräkna linjeintegralen $\int_C xy^2 dx + y dy$ där C är cirkelbågen $x^2 + y^2 = 1$ i första kvadranten från punkten $(1,0)$ till punkten $(0,1)$. (3p)
8. Låt x, y, z vara tre positiva tal vars summa är 30. För vilka värden på sådana tal blir produkten xy^2z^3 så stor som möjligt? (4p)
9. Visa att ekvationen $x + y + z = \sin(xyz)$ definierar z som en funktion $z = f(x, y)$ i en omgivning av origo så att $f(0,0) = 0$. Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ och $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ samt bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i origo. (4p)
10. Låt $\vec{F} = (yz + e^{-xz}, 2xz + e^{yz}, z)$. Beräkna flödet av vektorfältet $\text{rot}\vec{F}$ ($\text{curl}\vec{F}$) ut genom den del av cylinderytan $x^2 + y^2 = 1$ för vilken $0 \leq z \leq 1$. (4p)

