KTH Matematik

Tentamen i kurserna SF1617 och 5B1131 Matematiska metoder II för S.
Tisdagen den 26 augusti 2008 kl 1400-1900.

Tentamen består av 2 delar.
Del 1 är avsedd för betygen 3 och E och omfattar 7 uppgifter à 3 poäng. För att uppnå dessa betyg krävs minst 14 poäng.
Bonuspoäng tillgodoräknas enligt följande. Godkänt resultat på kontrollskrivning n (n=1,2,…,5) ger 3 poäng på tentamensuppgift nr n som då inte skall behandlas.
Del 2 är avsedd för betygen 4 och 5 samt D-A och omfattar 4 uppgifter à 5 poäng. Betygsgränser för betygen 4 och 5 är 8 resp 15 poäng. Betygsgränser för betygen D, C, B och A är 4, 8, 11 resp 15 poäng. Dessutom krävs att betygen 3 och E uppnåtts på del 1 eller via fem godkända kontrollskrivningar.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Del 1

1. Avgör om mängden $S = \{(1,1,2), (1,0,3), (2,3,2), (3,5,19)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Kan vektorn $(0,1,0)$ uttryckas som en linjärkombination av vektorerna i S ?

2. En linjär avbildning definieras av $T(x, y) = (4x + 2y,\ 3x + 3y)$. Bestäm dess egenvärden och egenvektorer.

3. Bestäm det minsta värde som riktningsderivatan av funktionen $f(x, y) = 2\sqrt{3x - y}$ i punkten $(1,2)$ kan anta. Ange också i vilken riktning det minsta värdet antas.

4. Beräkna dubbelintegralen $\iint\limits_D \sqrt{1 - x^2 - y^2}\,dxdy$ där D är den cirkelsektor som bestäms av olikheterna $x^2 + y^2 \le 1$, $y \ge 0$ och $x + y \ge 0$.

5. Beräkna linjeintegralen $\int\limits_C (2x \ln y - 3x^2)\,dx + \frac{x^2}{y}dy$ där C är kurvan $\bar{r}(t) = (t, 1 + \sin t)$, $0 \le t \le \pi$.

6. Beräkna flödesintegralen $\iint\limits_S (y, -x, z) \cdot \hat{N} dS$ upp genom den del av konytan $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ som ligger ovanför $xy -$ planet.

7. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten $(1,2,3)$ till ytan $2xy + \frac{z}{x} + \ln(z - y) = 7$.

VGV

Del 2

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y)=y(x-3)$ i det område som bestäms av olikheten $x^2+y^2\le 9$.

9. Låt $A=\begin{bmatrix}1 & 4 & a\\ 4 & 7 & a(a+1)\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$ där a är ett reellt tal. För vilka värden på a är A diagonaliserbar? Finns det något värde på a sådant att A är ortogonalt diagonaliserbar?

10. Beräkna flödet av vektorfältet $\overline{F}=(x^2y,-y^2,4z^2)$ ut genom begränsningsytan till det område som innesluts av ytorna $y^2+z^2=9$, $x=2$ och koordinatplanen.

11. Den maximala arean för en triangel vars hörn ligger på en cirkel antas för en liksidig triangel. Bestäm den maximala arean för en triangel vars hörn ligger på ellipsen $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$?