



KTH Matematik

SF1635, Signaler och system I

Tentamen måndagen 2011-12-19, kl 14⁰⁰ – 19⁰⁰

Hjälpmedel: BETA Mathematics Handbook.

Räknedosa utan program.

”Formelsamling i Signalbehandling” (rosa),

”Formelsamling för Kursen SF1635 etc.” (särtryck från kompendiet).

Obs 1: Uppgifterna är ordnade varken kurskronologiskt eller efter svårighetsgrad.

Obs 2: Behandla inte mer än en uppgift per blad.

Varje steg i lösningen skall motiveras.

Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.

Förenkla svaren så långt som möjligt!

Ange vad införda beteckningar, som inte är standard, står för.

Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.

Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Obs 3: Tentamen består av 6 uppgifter, vilka sammanlagd ger 50 poäng.

Efter tentamens slut publiceras ett lösningsförslag på nätet.

Obs 4: Betygsgränser:

För betyg	A	B	C	D	E	FX	
krävs	40	36	32	28	24	20	poäng (inkl bonus)

FX innebär rätt att skriva en kompletteringskrivning för betyg E.

Tid och plats för den meddelas senare vid behov.

Ansvarig: Franz J Čech

1) Lös differentialekvationen

$$x^2 y''(x) + 2xy'(x) = 6x \quad \text{då} \quad y(-1) = 0, \quad y'(-1) = 4 \quad [6\text{p}]$$

Vad är lösningens största existensintervall? [1p]

2) Lös integralekvationen

$$y(t) = t^2 + \int_0^t \sin(2(t - \tau))y(\tau) d\tau + \delta(t - 3) \quad [7\text{p}]$$

3) Låt

$$x(t) = \begin{cases} 1 - t^2, & 0 < t \leq 1; \\ (1 + t)^2, & -1 \leq t \leq 0; \\ 0, & 1 < |t|. \end{cases}$$

a) Beräkna de generaliserade derivatorna $x'(t)$ och $x''(t)$. [4p]

b) Bestäm, t ex m h a svaret i a-uppgiften, \mathcal{F} -transformen $X(\omega)$ till $x(t)$. [6p]

4) Bestäm eventuella kritiska punkter till systemet

$$\begin{aligned} x' &= x(5 - x - y) \\ y' &= y(-2 + x) \end{aligned}$$

och undersök dessa med avseende på karaktär och stabilitet. [7p]

5) Låt $f(t) = \begin{cases} 1, & -2 < t < 0; \\ t, & 0 < t < 2. \end{cases}$

a) Utveckla $f(t)$ i en reell Fourier-serie på $(-2, 2)$. [5p]

b) Vad konvergerar fourierserien mot i $t = 0$? [1p]

c) Bestäm m h a resultatet i a) värdet av $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$ [3p]

6) Den stationära signalen

$$x(t) = 3 \cos\left(1400\pi t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(1500\pi t - \frac{\pi}{3}\right) - 3 \cos(1600\pi t)$$

samplas med frekvensen $f_s = 360$ Hz och rekonstrueras sedan m h a ett idealt lågpasfilter med gränshfrekvensen 200 Hz.

Bestäm endast frekvensinnehållet av den rekonstruerade signalen. [10p]

Lycka till !

Franx J