

Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg
Efternamn	Förnamn	Personnummer	Program	Betyg

KTH-Matematik

SF1633, Differentialekvationer I. Inlämningsuppgift 1, hösten 2011.

Partiella differentialekvationer och fourierserier samt laplacetransformer.

Parametrarna a , b och c är de tre, från noll skilda, första siffrorna i det tiosiffriga personnumret hos den person som står överst.

Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.

Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

1. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen

$$\frac{u}{x} - (a+c)\frac{u}{y} = bcu$$

som uppfyller villkoren $u(x,0) = (ab+c)e^{2x} + (a+b+c)e^{4x}$.

2. Betrakta funktionen given av

$$h(x) = \begin{cases} c+ax & , \quad 0 < x < 2 \\ c+ax & , \quad -2 < x < 0 \end{cases} .$$

Vidare gäller att $h(x+2) = h(x)$.

Skissera kurvan över några perioder.

Bestäm Fourierserien hörande till funktionen h .

Bestäm vidare Fourierseriens summa för $x = \frac{3}{2}$ och $x = 3$.

3. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2 \frac{u}{t}$$

Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u(0,t) = u(\infty,t) = 0$.

Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret

a) $u(x,0) = (a+b)\sin(abcx) + (b+c)\sin(3abcx)$, $0 < x < \infty$.

b) $u(x,0) = g(x) = c+ax$, $0 < x < \infty$.

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + a^2 y = a^2 U(t - \frac{b}{2})$

som uppfyller villkoren $y(0) = a+b+c$ och $y'(0) = 2ab$.

$U(t)$ är Heavisides stegfunktion. Bestäm även $y(b)$ och $y'(\frac{b}{4})$.

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + b^2 y = b \delta(t - b)$

som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b^2$ och $y'(0) = b(a+b)$.

Beräkna även y för $t = b + \frac{1}{2}$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

6. Bestäm $f(t)$ då $f(t) = 2 \int_0^t \sin au f(t-u) du + b \sin at, t \geq 0$.