Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

Efternamn Förnamn Personnummer Program Betyg

KTH-Matematik
SF1633, Differentialekvationer I, våren 2011. Inlämningsuppgift 1.
Laplacetransformation , Fourierserier och partiella differentialekvationer.

Parametrarna a, b och c är de tre, från noll skilda, första siffrorna i personnumret hos den person som står överst.
Den inlämnade uppgiften skall bestå av detta försättsblad och lösningarna.
Parametervärden: $a =$, $b =$ och $c =$.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen
$y'' + a^2 y = U(t - b\frac{\pi}{2})\cos at$ som uppfyller villkoren $y(0) = a + b + c$ och $y'(0) = 2ab$.
$U(t)$ är Heavisides stegfunktion. Bestäm även $y(b\pi)$.

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + b^2 y = b\delta(t - b\pi)$
som uppfyller villkoren $y(0) = a^2 + b$ och $y'(0) = b(a + b)$.
Beräkna även y för $t = b\pi + \pi/2$. $\delta(t)$ är Diracs deltafunktion.

3. Bestäm $f(t)$ då $f(t) = 2a\int_0^t \cos au \, f(t-u)\,du + b\sin at,\ t \ge 0$.

Bestäm vidare $f(0)$.

4. Bestäm den lösning till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial u}{\partial x} = (a + b + c)\frac{\partial u}{\partial y} + (b + c)u$$
som uppfyller villkoren $u(x,0) = (a + 3b + c)e^{3x} + (2a + b + c)e^{-5x}$.

5. Betrakta funktionen given av
$$h(x) = \begin{cases} c + \dfrac{x}{a}, & 0 < x < \pi \\ -c + \dfrac{x}{a}, & -\pi < x < 0 \end{cases}.$$
Vidare gäller att $h(x + 2\pi) = h(x)$. Skissera kurvan över några perioder.
Bestäm Fourierserien hörande till funktionen h.
Bestäm vidare Fourierseriens värde för $x = \dfrac{3\pi}{2}$ och $x = -3\pi$.

6. Bestäm först produktlösningarna till den partiella differentialekvationen
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a^2 b^2 c^2 \frac{\partial u}{\partial t}$$
Bestäm de lösningar som även uppfyller randvillkoren $u'_x(0,t) = u'_x(\pi,t) = 0$.
Bestäm därefter den lösning som även uppfyller begynnelsevillkoret
a) $u(x,0) = 3(a + b)\sin(abcx) + 5ac\sin(3abcx)$, $0 < x < \pi$.
b) $u(x,0) = g(x) = c + \dfrac{x}{a}$, $0 < x < \pi$.