

**Kontrollskrivning 1, i SF1628 Komplex analys för F2 m.fl.**  
**onsdagen den 4 februari 2009, kl. 8.00-10.00**

Inga hjälpmedel tillåtna.

**1)** (3p) Betrakta funktionen  $u(x, y) = x/(x^2 + y^2)$  i  $z \neq 0$ . Finns en funktion  $v(x, y)$  sådan att  $f = u + iv$  är analytisk i detta område. Bestäm i så fall *alla* sådana funktioner  $f(z)$ .

**2)** (3p) Låt  $f(z) = z^i$  där den analytiska gren av funktionen väljs, som erhålles genom att planet skärs upp längs den negativa reella axeln och  $f(1) = 1$ .  
Beräkna  $f'(i)$ .

**3)** (3p) Beräkna den komplexa linjeintegralen

$$\int_{\gamma} \frac{\sin z}{1 + z^2} dz,$$

där  $\gamma$  är triangeln med hörn i  $0$ ,  $2 + 2i$  och  $-2 + 2i$  omlupen i positiv led (moturs).