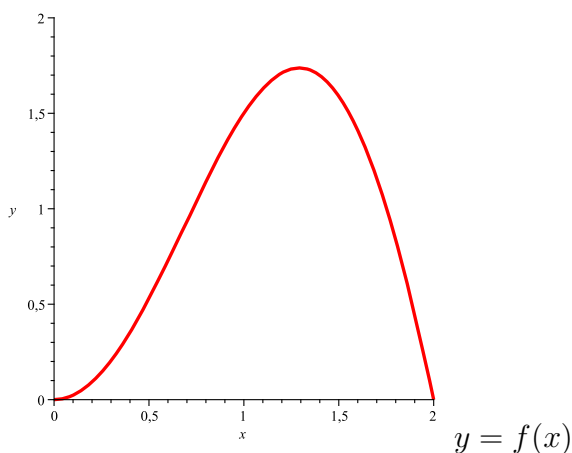


### Modell-Tentamen 3 i SF1622 Envariabelanalys och linjär algebra

Uppgifterna poängsätts med 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 3 svarar mot kontinuerliga examinationsmoment i kursen, lappskrivning 1 och 2 motsvarar uppgift 1 respektive 2, inlämningsuppgifterna motsvarar uppgift 3. Den som är godkänd på ett sådant moment har automatiskt 4 poäng på motsvarande uppgift, som då inte ska lösas. För högre betyg krävs att man samlar en del poäng på uppgifterna 7-10, sk VG-poäng. Betygsgränser: A: 31 poäng varav minst 11 VG-poäng, B: 26 poäng varav minst 7 VG-poäng, C: 21 poäng varav minst 3 VG-poäng, D: 18 poäng, E: 16 poäng, FX: 14 poäng.

Tydliga och väl motiverade lösningar krävs. Inga hjälpmedel. Lycka till!

1. Bestäm värdemängden till funktionen  $f(x) = 2 \arctan x - \ln(1 + x^2)$ .
2. Beräkna med partiell integration integralen  $\int_1^2 x^4 \ln x \, dx$ .
3. Låt  $y(x)$  vara lösningen till begynnelsevärdesproblemet  $y' = 1 + y$ ,  $y(0) = 1$ .  
A. Bestäm ett approximativt värde på  $y(0.2)$  genom att använda Eulers stegmetod med två lika långa steg  
B. Bestäm det exakta värdet på  $y(0.2)$  genom att lösa begynnelsevärdesproblemet.
4. Hur många reella lösningar har ekvationen  $x^3 + x^2 + x - 2 = 0$ ? Hitta ett intervall av längd  $1/4$  som innehåller en lösning.
5. Här nedan ser du grafen  $y = f(x)$  till en funktion  $f$ . Gör med ledning av detta en (grov) skiss av kurvan  $y = g(x)$ , där  $g(x) = \int_0^x f(t) \, dt$ .



6. Har de tre planen  $x - 2y + z = 3$ ,  $2x + z = 0$  och  $-x - 6y + z = 9$  några punkter gemensamma? Ange i sådana fall dess på lämpligt sätt.
7. Visa hur man kan använda Maclaurinutvecklingar för att beräkna gränsvärden genom att beräkna  $\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{\sin t} \right)$ .
8. A. Utgå från produktregeln för derivator och förklara hur och varför partiell integration fungerar. Ge också ett exempel.  
B. Utgå från kedjeregeln för derivator och förklara hur och varför variabelsubstitution i integraler fungerar. Ge också ett exempel.
9. Bestäm avståndet mellan planet  $x + 2y + 3z = 4$  punkten  $(5, 6, 7)$ . Om du använder en färdig formel för beräkningen skall du också bevisa den formelns riktighet.
10. Bestäm arean av den minsta triangel som begränsas av  $x$ -axeln,  $y$ -axeln och en linje med negativ riktningskoefficient genom punkten  $(1, 3)$ .