

## Modell-Tentamen 2 i SF1622 Envariabelanalys och linjär algebra

Uppgifterna poängsätts med 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 3 svarar mot kontinuerliga examinationsmoment i kursen, lappskrivning 1 och 2 motsvarar uppgift 1 respektive 2, inlämningsuppgifterna motsvarar uppgift 3. Den som är godkänd på ett sådant moment har automatiskt 4 poäng på motsvarande uppgift, som då inte ska lösas. För högre betyg krävs att man samlar en del poäng på uppgifterna 7-10, s k VG-poäng. Betygsgränser: A: 31 poäng varav minst 11 VG-poäng, B: 26 poäng varav minst 7 VG-poäng, C: 21 poäng varav minst 3 VG-poäng, D: 18 poäng, E: 16 poäng, FX: 14 poäng.

Tydliga och väl motiverade lösningar krävs. Inga hjälpmedel. Lycka till!

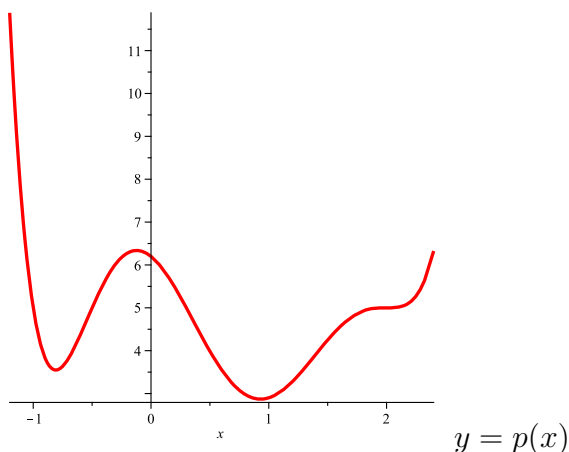
- Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen  $f(x) = 3x^3 + 16|x - 1|$  och skissa kurvan  $y = f(x)$ .

- A. Är det sant att

$$1 + \sqrt{2} \leq \int_0^2 \sqrt{1 + x^2} dx \leq \sqrt{2} + \sqrt{5}?$$

B. Ange ett approximativt värde till  $\int_0^2 \sqrt{1 + x^2} dx$  genom att göra en sk trapezapproximation baserad på två lika stora delintervall

- Vektorn  $\mathbf{u} = (3, 4, 1)^T$  är given. Bestäm tre parvis ortogonala enhetsvektorer  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{f}$  och  $\mathbf{g}$  sådana  $\mathbf{e}$  är parallell med  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{f}$  är parallell med  $xy$ -planet.
- Här nedan ser du grafen till ett sjättegradspolynom  $p$ , dvs du ser kurvan  $y = p(x)$ . Skissa med ledning av detta kurvan  $y = p'(x)$ .



5. Beräkna integralen  $\int e^{ax+b} \sin x \, dx$ . Tips: använd partiell integration två gånger.

6. Fyll om möjligt i luckorna i koefficientmatrisen och högerledet så att ekvationssystemet

$$\begin{pmatrix} \dots & \dots & 1 \\ 2 & \dots & 2 \\ \dots & -2 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \end{pmatrix}$$

(i) saknar lösning (ii) har precis en lösning (iii) har precis två lösningar (iv) har oändligt många lösningar.

7. I vilken mening är  $\int_5^\infty \frac{3}{x^2 - 3x} \, dx$  en generaliserad integral? Är den konvergent? Beräkna den!

8. Enligt Newton-Raphsons metod för att lösa ekvationen  $f(x) = 0$  så fås successiva approximationer till lösningen enligt formeln  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ . Förklara hur denna formel hänger ihop med idén bakom Newton-Raphsons metod: att gå i tangentens riktning.

9. Är  $p(x) = x - x^3$  en god approximation till  $f(x) = \int_0^x e^{-3t^2} \, dt$ ? I vilken mening?

10. Betrakta differentialekvationen  $x''(t) + x(t) = 2 \cos kt$ .

A. Ge exempel på ett fysikaliskt förlopp som modelleras av denna typ av differentialekvation.

B. För vilka  $k$  har ekvationen en lösning  $x(t)$  sådan att  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$  existerar?

C. Ge exempel på en sådan lösning.