LAPPSKRIVNING 1

SF1622 HT09. 6/11

SVAR OCH LÖSNINGSFÖRSLAG

1. $f(x) = 2\arctan x - \ln(1+x^2)$

$$f'(x) = \frac{2}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}\cdot 2x = \frac{2(1-x)}{1+x^2}$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 1-x=0 \Leftrightarrow x=1$$

så f har bara en stationär punkt, $x=1$.

x	0		1	
$(1-x)$		$+\,+$	0	$-\,-\,-$
$1+x^2$		$+\,+\,+$		$+\,+\,+\,+$
f'		$+\,+$	0	$-\,-\,-$
f		$\nearrow$		$\searrow$

- f har lokalt max. i $x=1$,

  $f(1) = 2\arctan 1 - \ln 2$
  $= \pi/2 - \ln 2$

- $f(0) = 0$

- $\lim_{x\to+\infty} \underbrace{2\arctan x}_{\to\pi/2} - \underbrace{\ln(1+x^2)}_{\to+\infty} = -\infty$

SVAR: $f(1) = \pi/2 - \ln 2$ är största värde, minsta värde saknas, på $[0,\infty)$.

2.

$$m(t) = \frac{10t}{1+t}, \quad t \geq 0.$$

$$m'(t) = \frac{10(1+t) - 1 \cdot 10t}{(1+t)^2} = \frac{10}{(1+t)^2} > 0 \quad \forall\, t > 0$$

så $m(t)$ är strängt växande för $t \geq 0$.

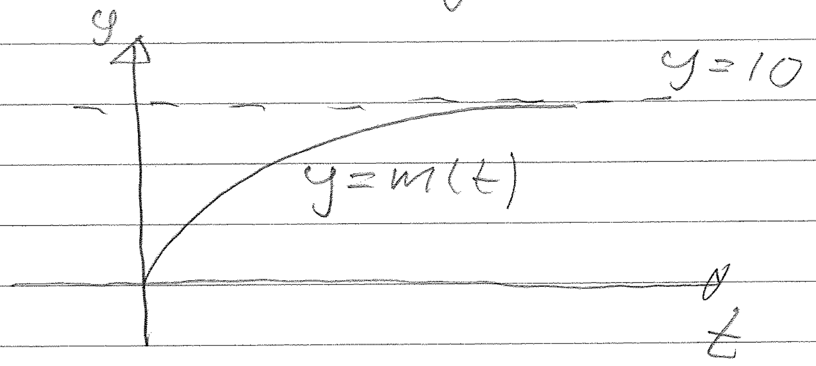
$$m(0) = 0$$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{10t}{1+t} = \lim_{t \to +\infty} \frac{10}{1/t + 1} = 10$$

$1/t \to 0$

så $y = 10$ är horisontell asymptot då $t \to +\infty$.

a) Vi får grafen



b) $$m'(2) = \frac{10}{(1+2)^2} = \frac{10}{9} \quad [g/s]$$

så $m(t)$ ökar med hastigheten $10/9$ g/s då $t = 2$

c) Nej! Av grafen framgår att $m(t) < 10$ [g] för alla $t \geq 0$.

3.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + R_3(x)$$

resstterm

Vi approximerar

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} \quad \text{för } x \text{ nära } 0$$

$$\Rightarrow e^{0.1} \approx 1 + 0.1 + \frac{(0.1)^2}{2} =$$

$$= 1 + 0.1 + 0.005 = 1.105$$

SVAR: $e^{0.1} \approx 1.105$