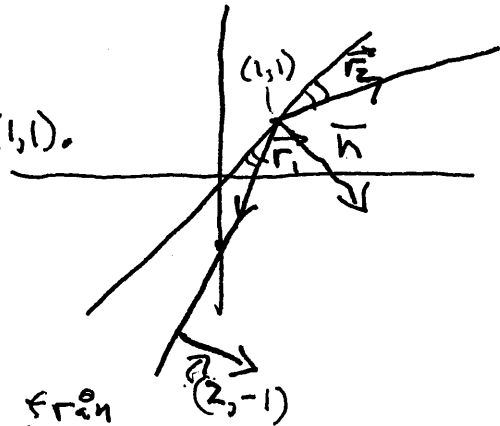


En ljusstråle som följer linjen $2x - y = 1$ reflekteras i linjen $y = x$. I.79

Bestäm ekvationen för den reflekterade ljusstrålen.

SVAR: Skärningspunkten är $(1, 1)$.



Linjen $2x - y - 1 = 0$
har normalvektor $(2, -1)$.

Riktningensvektorn får man från sambandet

$$\vec{r}_1 \cdot (2, -1) = 0. \quad \text{T.ex. } \vec{r}_1 = (-1, -2)$$

duget.

Vi behöver också en normalvektor till linjen $y = x = 0$. Vi väljer ~~den~~

$$\vec{n} \stackrel{\text{def}}{=} (1, -1).$$

Riktningensvektor \vec{r}_2 kan lösas från ekvationer

$$\vec{r}_1 \cdot \vec{n} = \vec{r}_2 \cdot \vec{n}, \quad |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2|$$

(dvs om vektor \vec{r}_2 ~~är~~ och \vec{r}_1 är lika långa, projektionerna till vektorn \vec{n} måste vara lika långa).

Om $\vec{r}_2 = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, dessa ekvationer blir

$$1 = -1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-1) = a - b, \quad 5 = (-1)^2 + (-2)^2 = a^2 + b^2.$$

Vi kan lösa a och b: $a = 2, b = 1$.

Linjen med riktningsvektor \vec{r}_2 går genom punkten $(1,1)$, och har därmed en parametrisering

$$\begin{cases} x = 2t + 1 & \Leftrightarrow t = \frac{x-1}{2} \\ y = t + 1 & \Leftrightarrow t = y - 1 \end{cases}$$

Alltså,

$$\frac{x-1}{2} = t = y - 1,$$

vilket ger $y = \frac{x+1}{2}$.