

Övning till Kapitel 3 och 4.1

- För följande par av vektorer $u, v \in \mathbb{R}^3$, beräkna skalärprodukten $u \cdot v$, och bestäm om vinkeln mellan u och v är spetsig, rätvinklig, eller trubbig:
 - $u = (0, 0, -1)$, $v = (1, 1, 1)$,
 - $u = (-6, 0, 4)$, $v = (3, 1, 6)$,
 - $u = (2, 4, -8)$, $v = (2, -1, 0)$.

- Låt u, v vara vektorer i \mathbb{R}^n . Visa att

$$(a) \|u + v\|^2 + \|u - v\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2,$$

$$(b) u \cdot v = \frac{1}{4}\|u + v\|^2 - \frac{1}{4}\|u - v\|^2.$$

- Bestäm talet a så att linjerna med parameterformerna

$$(x, y, z) = (1, 1, 2) + t(1, 0, -1) \text{ respektive } (x, y, z) = (2, a, 1) + t(2, 1, -1)$$

skär varandra.

- Visa att punkterna $(1, 1, 2)$, $(2, 3, 4)$, $(3, -1, -1)$ och $(4, 1, 1)$ är hörn i en parallelogram. Beräkna parallelogrammens yta.
- En triangel har hörn i punkterna $(1, 2, 1)$, $(-1, 3, 0)$ och $(1, 1, 1)$. Bestäm cosinus för samtliga vinklar i triangeln, samt triangelns ytan och omkrets.
- Bestäm skärningspunkten mellan planet $2x + y + 3z = 4$ och linjen med parameterformen

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, -1, 0).$$

- Låt P_1 vara planet $x - y - 4z = 2$ och P_2 vara planet $-2x + y + 2z = 3$. Bestäm parameterformen för linjen $\ell = P_1 \cap P_2$ och beräkna avståndet från ℓ till $(2, 4, -1)$.
- Ett plan innehåller linjen ℓ med parameterformen

$$(x, y, z) = (0, 2, 1) + t \cdot (1, -1, 1)$$

samt punkten $(1, 2, 3)$. Bestäm planets ekvation, visa att punkten $Q = (1, 1, 1)$ inte tillhör planet, och beräkna avståndet från Q till planet.

- Hitta en ekvation för planet vars punkter är på samma avstånd från $(-1, -4, -2)$ och $(0, -2, 2)$.
- En parallelepiped har ett hörn i origo och de tre angränsande hörnen i punkterna $(1, 1, 1)$, $(2, 0, -1)$ och $(3, 1, 2)$.
 - Bestäm parallelepipedens volym.
 - Avgör vilka av följande punkter som ligger inuti parallelepipeden, på dess yta, respektive utanför parallelepipeden: $(3, 1, 1)$, $(4, 1, 1/2)$ respektive $(6, 3, 4)$.
- Låt P beteckna planet som ges av ekvationen $x + y - 2z = 3$. Bestäm en ekvation för det plan som ligger vinkelrätt mot P och som innehåller punkterna $(1, 1, 1)$ och $(0, -1, 1)$.